

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Total	Nota

Instrucciones:

- **NO HAY CONSULTAS.** Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
- Conteste en forma ordenada y justifique adecuadamente cada respuesta.
- Queda prohibido el uso de calculadoras programables, formulario y celulares.

$$\text{Nota} = 1 + \frac{\text{Puntos}}{10}.$$

Duración = 60 minutos

1) [15 ptos.]

a) [7 ptos.] Demuestre que

$$[\{(p \wedge q) \implies p\} \wedge \{p \implies (p \wedge q)\}] \equiv (p \implies q)$$

b) [8 ptos.] Determine la negación de la siguiente proposición, justificando sus pasos :

$$p : (\forall y \in \mathbb{R}) (\forall x \in \mathbb{R}) : \left(x < y \implies x < \frac{x+y}{2} < y \right)$$

2) [15 ptos.] Demuestre si es cierto o no que :

$$\{[(A^c - B)^c \cup B^c] - A^c\} \cap (A \cup B) = A$$

3) [15 ptos.]

a) [5 ptos.] Sea $A = \{\phi, \{1\}\}$. Hallar $P(A)$

b) [10 ptos.] Dibujar el circuito correspondiente a $\{[(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \rightarrow q)] \vee p\}$

4) [15 ptos.] Una mesera tomó una orden de 38 hamburguesas: 18 con cebolla; 23 con mostaza; 29 con salsa de tomate. De éstas, 3 tenían sólo mostaza y 8 sólo salsa de tomates; pero 9 hamburguesas tenían sólo mostaza y salsa de tomates y cinco tenían los tres ingredientes. Se pide:

a) [5 ptos.] Definir los conjuntos y representarlos en un diagrama de Venn junto con la información que obtenga del enunciado.

b) [10 ptos.] Determinar el número de hamburguesas que llevaban:

i) [2 ptos.] sólo cebolla y salsa de tomates.

ii) [2 ptos.] sólo cebollas.

iii) [2 ptos.] sólo cebolla y mostaza.

iv) [2 ptos.] a lo más 2 de estos ingredientes.

v) [2 ptos.] a lo menos uno de estos ingredientes.

Pauta :

1) a)

$$\begin{aligned}
 [\{(p \wedge q) \implies p\} \wedge \{p \implies (p \wedge q)\}] &\equiv [\{(\overline{p \wedge q}) \vee p\} \wedge \{\bar{p} \vee (p \wedge q)\}] & \mathbf{1 \text{ pto}} \\
 &\equiv [\{(\bar{p} \vee \bar{q}) \vee p\} \wedge \{\bar{p} \vee (p \wedge q)\}] & \mathbf{1 \text{ pto}} \\
 &\equiv [\{(\bar{p} \vee p) \vee \bar{q}\} \wedge \{(\bar{p} \vee p) \wedge (\bar{p} \vee q)\}] & \mathbf{1 \text{ pto}} \\
 &\equiv [(V \vee \bar{q}) \wedge \{V \wedge (\bar{p} \vee q)\}] & \mathbf{1 \text{ pto}} \\
 &\equiv [V \wedge \{V \wedge (\bar{p} \vee q)\}] & \mathbf{1 \text{ pto}} \\
 &\equiv [V \wedge (\bar{p} \vee q)] & \mathbf{1 \text{ pto}} \\
 &\equiv (\bar{p} \vee q) & \mathbf{1 \text{ pto}} \\
 &\equiv (p \implies q) & \mathbf{1 \text{ pto}}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \bar{p} : & \overline{(\forall y \in \mathbb{R}) (\forall x \in \mathbb{R}) : \left(x < y \implies x < \frac{x+y}{2} < y \right)} \\
 & (\exists y \in \mathbb{R}) (\exists x \in \mathbb{R}) : \overline{\left(x \geq y \vee x < \frac{x+y}{2} < y \right)} & \mathbf{3 \text{ pts}} \\
 & (\exists y \in \mathbb{R}) (\exists x \in \mathbb{R}) : \left(x < y \wedge \left(x \geq \frac{x+y}{2} \vee \frac{x+y}{2} \geq y \right) \right) & \mathbf{3 \text{ pts}} \\
 & (\exists y \in \mathbb{R}) (\exists x \in \mathbb{R}) : (x < y \wedge (y \leq x \vee x \geq y)) & \mathbf{2 \text{ pts}}
 \end{aligned}$$

2)

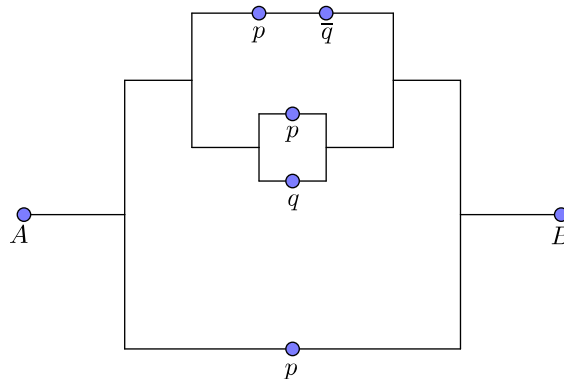
$$\begin{aligned}
 \{[(A^c - B)^c \cup B^c] - A^c\} \cap (A \cup B) &= \{[(A^c \cap B^c)^c \cup B^c] - A^c\} \cap (A \cup B) & \mathbf{3 \text{ pts}} \\
 &= \{[(A \cup B) \cup B^c] - A^c\} \cap (A \cup B) & \mathbf{2 \text{ pts}} \\
 &= \{[A \cup (B \cup B^c)] - A^c\} \cap (A \cup B) & \mathbf{2 \text{ pts}} \\
 &= \{(A \cup \mathcal{U}) - A^c\} \cap (A \cup B) & \mathbf{2 \text{ pts}} \\
 &= (\mathcal{U} \cap A) \cap (A \cup B) & \mathbf{2 \text{ pts}} \\
 &= A \cap (A \cup B) & \mathbf{2 \text{ pts}} \\
 &= A & \mathbf{2 \text{ pts}}
 \end{aligned}$$

3) a) $P(A) = \{\phi, \{\phi\}, \{\{1\}\}, A\}$

5 pts - (BUENO O MALO)

b) $\{[(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \rightarrow q)] \vee p\} \equiv \{[(p \wedge \bar{q}) \vee (p \vee q)] \vee p\}$

2 pts



8 pts

NOTA : Se aceptan reducciones a alguna proposición equivalente y su respectivo diagrama, respetando el mismo puntaje. Si el diagrama no es el correcto, **cero** puntos.

4) I) Definir los conjuntos :

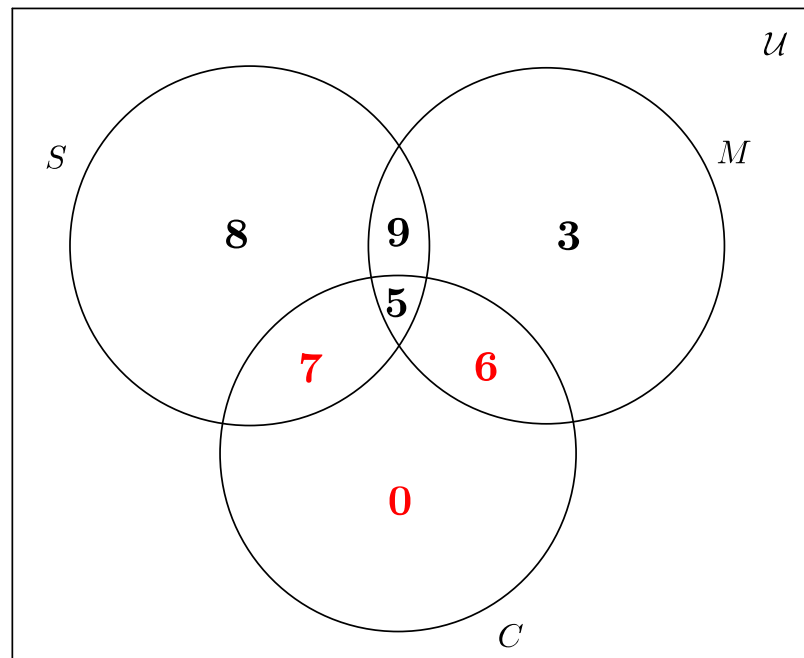
Sean

- $\mathcal{U}$ = Cantidad de hamburguesas ordenadas.
- S = Cantidad de hamburguesas con salsa de tomate.
- M = Cantidad de hamburguesas con mostaza.
- C = Cantidad de hamburguesas con cebolla.

II) Establecer operaciones y cardinalidades :

- $n(\mathcal{U}) = 38, \quad n(C) = 18, \quad n(M) = 23 \quad \text{y} \quad n(S) = 29.$
- $n((C^c - M) \cap S) = 8, \quad n(S \cap M \cap C) = 5 \quad \text{y} \quad n((M \cup S) - (S \cap M \cap C)) = 9$

III) Representar la información en un diagrama de Venn



5 pts

Luego:

- a) 7 hamburguesas sólo cebolla y salsa de tomates.
- b) 0 hamburguesas llevaban sólo cebollas.
- c) 6 hamburguesas llevaban sólo cebolla y mostaza.
- d) 33 hamburguesas llevaban a lo más 2 de estos ingredientes.
- e) 38 hamburguesas llevaban a lo menos uno de estos ingredientes.

2 pts

2 pts

2 pts

2 pts

2 pts